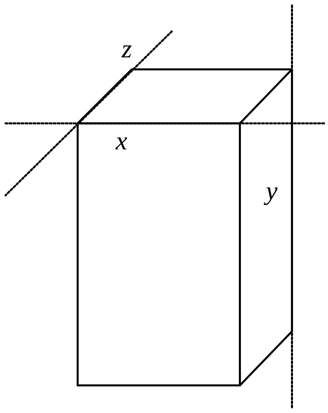
QUESITI (1-5) ORDINAMENTO



Quesito n. 1

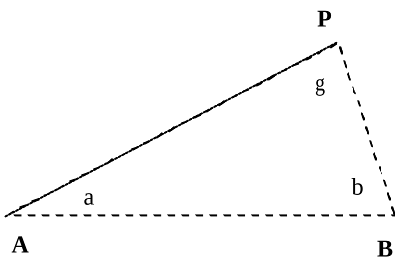
Ricordiamo la definizione: "Due rette dello spazio si dicono *sghembe* se non giacciono sullo stesso piano".
La proposizione da verificare, che affermerebbe la proprietà transitiva della relazione "rette sghembe" è falsa.
Infatti prendiamo ad esempio tre rette x, y e z passanti per gli spigoli di un parallelepipedo (vedi figura); allora le rette x e y sono sghembe, così come y e z, ma x e z non lo sono in quanto incidenti.

Quesito n. 2

Si ottengono i seguenti casi:

a. se il piano è parallelo alla base, il quadrilatero sezione è un quadrato;
b. se il piano è parallelo ad un lato del quadrato di base, il quadrilatero sezione ha due lati paralleli e due no, e dunque è un trapezio;
c. se il piano è parallelo ad una diagonale del quadrato di base, si ottiene un quadrilatero con le diagonali perpendicolari, cioè un romboide;
d. in tutti gli altri casi si ottiene un quadrilatero convesso.

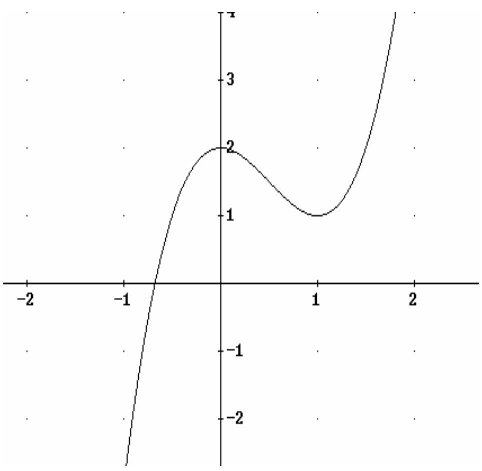
Quesito n. 3



Gli angoli a e g, di vertici rispettivamente A e P, si possono misurare in quanto si può accedere ai loro vertici e da ciascuno di essi sono visibili gli altri due punti (da A si vedono P e B e da P si vedono A e B). Essendo inoltre nota la distanza AP e potendo calcolare l'ampiezza dell'angolo b di vertice B [infatti $b = 180° - (a+g)$], si può applicare il teorema dei seni al triangolo APB: $\frac{AP}{\sin b} = \frac{AB}{\sin g}$, da cui $AB = \frac{AP \sin g}{\sin b}$.

Quesito n. 4

Per determinare il dominio della funzione $f(x) = \ln\left\{\sqrt{x+1} - (x-1)\right\}$ occorre porre l'argomento del logaritmo maggiore di zero, cioè risolvere la disequazione irrazionale: $\sqrt{x+1} - (x-1) > 0$.
La soluzione di tale disequazione è data dall'unione dei due sistemi:
$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-1 < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+1 > (x-1)^2 \end{cases}$; il primo sistema ha soluzione $-1 \leq x < 1$ ed il secondo sistema, poiché $x+1 > (x-1)^2 \Rightarrow x^2 - 3x < 0$, ha soluzione $1 \leq x < 3$. Unendo le soluzioni si ha che la disequazione è risolta per $-1 \leq x < 3$ e tale è il dominio della funzione $\Rightarrow$ la risposta corretta è la **B)**.



Quesito n. 5

La funzione $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$ è una cubica (funzione ovunque definita e ovunque continua) e può avere al massimo tre intersezioni con l'asse delle ascisse. Intanto si ha: $\lim_{x \to \mp\infty} f(x) = \mp\infty$; per avere ulteriori intersezioni, andiamo a calcolarci la derivata prima. Otteniamo: $f'(x) = 6x^2 - 6x$; tale derivata prima si annulla per $x = 0$ e $x = 1$ e quindi, dalla crescita e decrescita, deduciamo che la cubica presenta un massimo in $M(0, f(0) = 2)$ ed un minimo in $m(1; f(1) = 1)$,.

Dagli elementi in nostro possesso (la funzione è continua, $\lim_{x \to \mp\infty} f(x) = \mp\infty$, entrambi gli estremanti hanno valore positivo) possiamo quindi concludere che la funzione interseca una sola volta l'asse delle x e questa intersezione è negativa.